

考生须知

1. 本试卷共 6 页,共五道大题,29 道小题,满分 120 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束,将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题(本题共 30 分,每小题 3 分)

下面各题均有四个选项,其中只有一个是符合题意的。

1. $\frac{1}{3}$ 的相反数是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

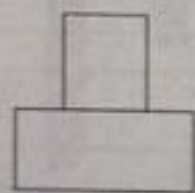
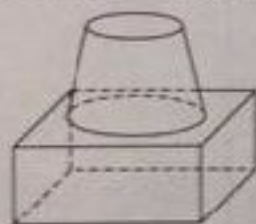
2. 据市烟花办相关负责人介绍,2015 年除夕零时至正月十五 24 时,全市共销售烟花爆竹约 196 000 箱,同比下降了 32%。将 196 000 用科学记数法表示应为

- A. 1.96×10^5 B. 1.96×10^4 C. 19.6×10^4 D. 0.196×10^6

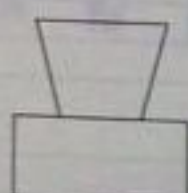
3. 下列运算正确的是

- A. $3a + 3b = 6ab$ B. $a^3 - a = a^2$
C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

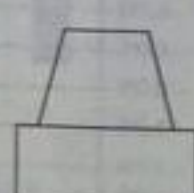
4. 如图是一个几何体的直观图,则其主视图是



A



B



C



D

5. 甲、乙、丙、丁四名选手参加 100 米决赛,赛场共设 1,2,3,4 四条跑道.选手以随机抽签的方式决定各自的跑道.若甲首先抽签,则甲抽到 1 号跑道的概率是

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

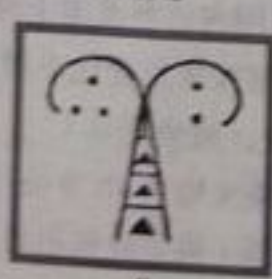
6. 下列图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是



A



B



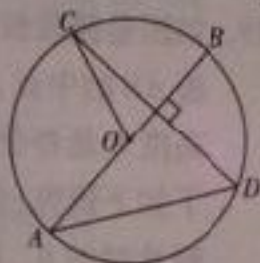
C



D

7. 如图, 线段 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 如果 $\angle BOC = 70^\circ$, 那么 $\angle BAD$ 等于

A. 20°
B. 30°
C. 35°
D. 70°

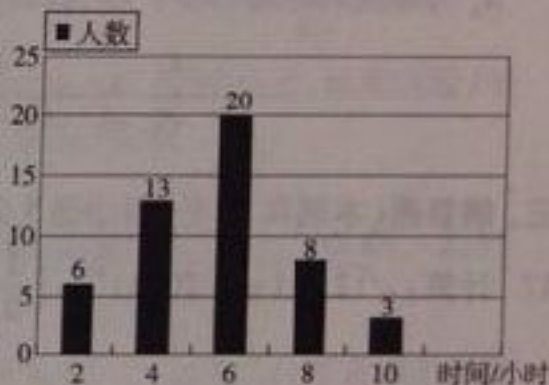


8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 第一象限内的点 P 在反比例函数的图象上, 如果点 P 的纵坐标是 3, $OP = 5$, 那么该函数的表达式为

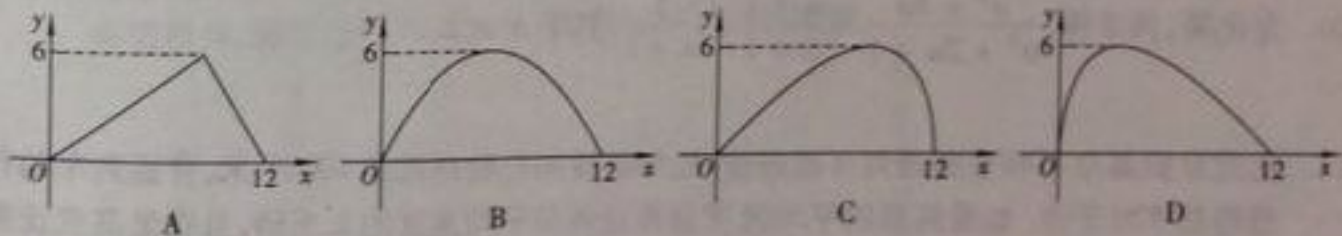
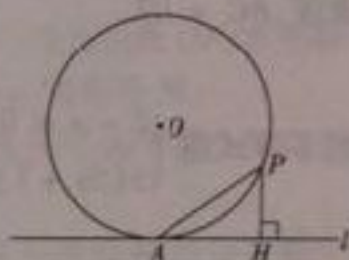
A. $y = \frac{12}{x}$
B. $y = -\frac{12}{x}$
C. $y = \frac{15}{x}$
D. $y = -\frac{15}{x}$

9. 为了解某小区“全民健身”活动的开展情况, 某志愿者对居住在该小区的 50 名成年人一周的体育锻炼时间进行了统计, 并绘制成如图所示的条形统计图. 这组数据的众数和中位数分别是

A. 6, 4
B. 6, 6
C. 4, 4
D. 4, 6

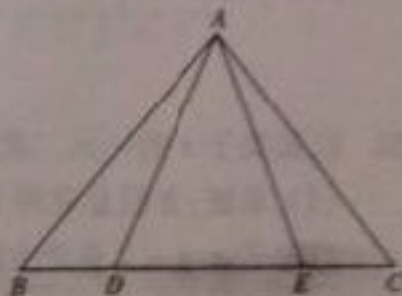


10. 如图, 过半径为 6 的 $\odot O$ 上一点 A 作 $\odot O$ 的切线 l , P 为 $\odot O$ 上的一个动点, 作 $PH \perp l$ 于点 H , 连接 PA . 如果 $PA = x$, $AH = y$, 那么下列图象中, 能大致表示 y 与 x 的函数关系的是

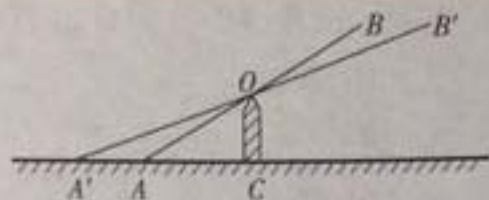


二、填空题 (本题共 18 分, 每小题 3 分)

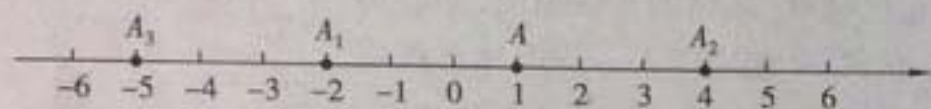
11. 如果分式 $\frac{1}{x-5}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是_____.
12. 半径为 4 cm, 圆心角为 60° 的扇形的面积为_____ cm^2 .
13. 分解因式: $12m^2 - 3 =$ _____.
14. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D, E 在 BC 边上, 当_____时, $\triangle ABD \cong \triangle ACE$. (添加一个适当的条件即可)



15. 如图是跷跷板的示意图,立柱 OC 与地面垂直,以 O 为横板 AB 的中点, AB 绕点 O 上下转动,横板 AB 的 B 端最大高度 h 是否会随横板长度的变化而变化呢?一位同学做了如下研究:他先设 $AB = 2\text{ m}$, $OC = 0.5\text{ m}$,通过计算得到此时的 h_1 ,再将横板 AB 换成横板 $A'B'$, O 为横板 $A'B'$ 的中点,且 $A'B' = 3\text{ m}$,此时 B' 点的最大高度为 h_2 ,由此得到 h_1 与 h_2 的大小关系是: h_1 _____ h_2 (填“>”、“=”或“<”). 可进一步得出, h 随横板的长度的变化而 _____ (填“不变”或“改变”).



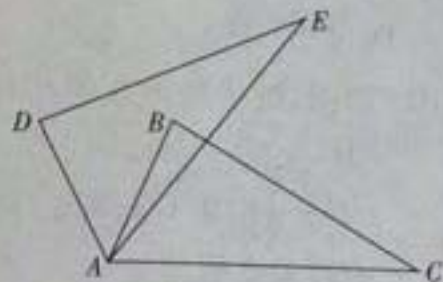
16. 如图,数轴上,点 A 的初始位置表示的数为 1,现点 A 做如下移动:第 1 次点 A 向左移动 3 个单位长度至点 A_1 ,第 2 次从点 A_1 向右移动 6 个单位长度至点 A_2 ,第 3 次从点 A_2 向左移动 9 个单位长度至点 A_3 ,...,按照这种移动方式进行下去,点 A_n 表示的数是 _____,如果点 A_n 与原点的距离不小于 20,那么 n 的最小值是 _____.



三、解答题(本题共 30 分,每小题 5 分)

17. 计算: $\sqrt{12} + (\pi - 2008)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 6\tan 30^\circ$.

18. 如图, $\angle C = \angle E$, $\angle EAC = \angle DAB$, $AB = AD$.
求证: $BC = DE$.



19. 解不等式组 $\begin{cases} 2 - x \leq 0, \\ 3(5x + 1) > 4x - 8. \end{cases}$

20. 先化简,再求值: $\frac{a^2 + 3a}{a^2 + 2a + 1} \div \frac{a + 3}{a + 1} - \frac{1}{a + 1}$, 其中 $a = 2$.

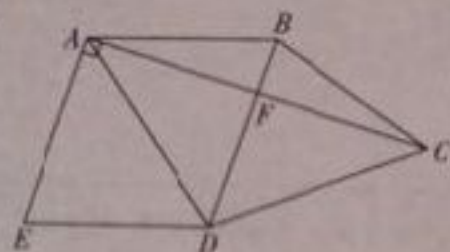
21. 从北京到某市可乘坐普通列车或高铁. 已知高铁的行驶路程是 400 千米,普通列车的行驶路程是 520 千米. 如果高铁的平均速度是普通列车平均速度的 2.5 倍,且乘坐高铁比乘坐普通列车少用 3 小时. 求高铁的平均速度是多少千米/时.

22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m - 1)x - m(m + 2) = 0$.

- (1) 求证: 方程总有两个不相等的实数根;
- (2) 若 $x = -2$ 是此方程的一个根, 求实数 m 的值.

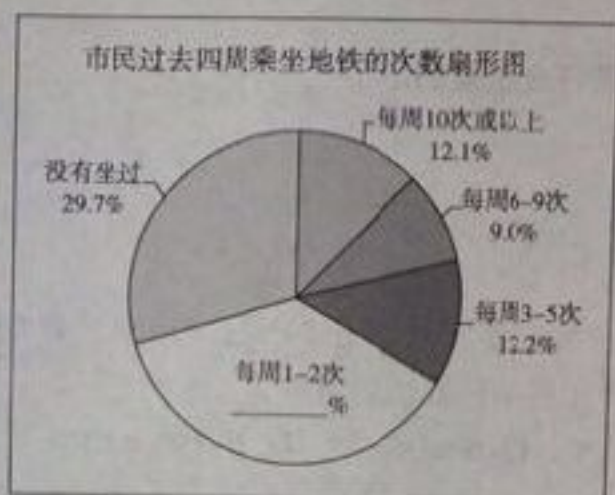
四、解答题(本题共 20 分,每小题 5 分)

23. 如图,四边形 $ABCD$ 中, BD 垂直平分 AC ,垂足为点 F , E 为四边形 $ABCD$ 外一点,且 $\angle ADE = \angle BAD$, $AE \perp AC$.



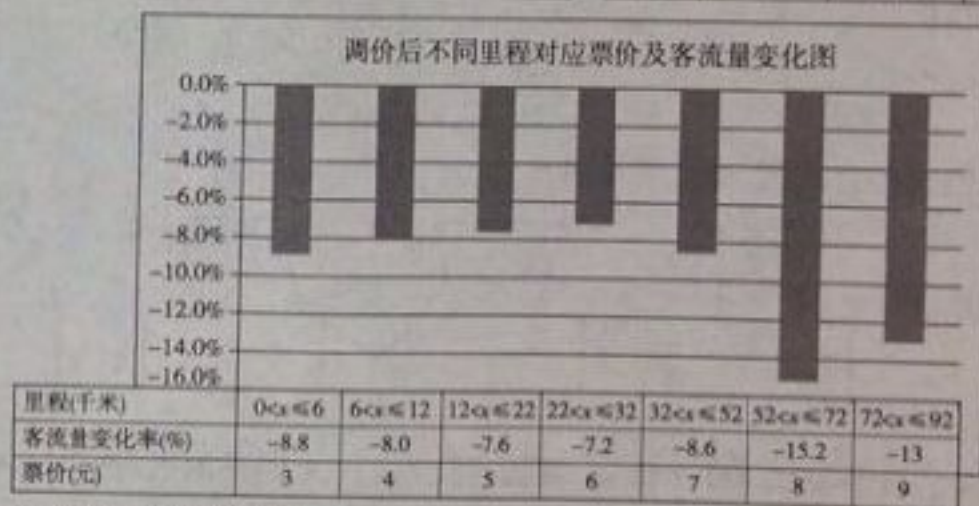
- (1) 求证:四边形 $AEDC$ 是平行四边形;
(2) 如果 DA 平分 $\angle BDE$, $AB = 5$, $AD = 6$,求 AC 的长.

24. 在北京,乘坐地铁是市民出行时经常采用的一种交通方式. 据调查,新票价改革政策的实施给北京市轨道交通客流带来很大变化. 根据 2015 年 1 月公布的调价后市民当时乘坐地铁的相关调查数据,制作了以下统计表以及统计图.



调价后部分线路客流量及变化率
(日均客流量:万人次)

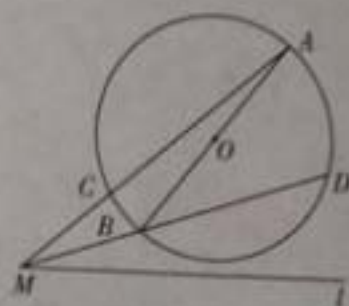
	2014年1月 日均客流量	2015年1月 日均客流量	变化率(%)
10号线	180.9	154.0	-14.87
1号线	129.8	110.7	-14.71
2号线	124.8	103.8	-16.83
5号线	93.5	88.1	-5.78
13号线	80.4	72.7	-9.58
6号线	62.4	71.2	14.10
9号线	44.1	40.9	-7.26
8号线	26.3	30.4	15.59
八通线	31.9	27.6	-13.48
15号线	13.5	17.3	28.15
昌平线	14.7	15.9	8.16
亦庄线	17.0	15.6	-8.24
房山线	9.5	9.2	-3.16
机场线	3.2	2.8	-12.50
S1号线	无	20.8	-



根据以上信息解答下列问题:

- (1) 补全扇形图;
(2) 题目所给出的线路中,调价后客流量下降百分比最高的线路是_____,调价后里程 x (千米) 在_____范围内的客流量下降最明显. 对于表中客流量不降反增而且增长率最高的线路,如果继续按此变化率增长,预计 2016 年 1 月这条线路的日均客流量将达到_____万人次;(精确到 0.1)
(3) 小王同学上学时,需要乘坐地铁 15.9 公里到达学校,每天上下学共乘坐两次. 问调价后小王每周(按 5 天计算)乘坐地铁的费用比调价前多支出_____元.(不考虑使用市政一卡通刷卡优惠,调价前每次乘坐地铁票价为 2 元)

25. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, M 为 $\odot O$ 外一点, 连接 MA 与 $\odot O$ 交于点 C , 连接 MB 并延长交 $\odot O$ 于点 D , 经过点 M 的直线 l 与 MA 所在直线关于直线 MD 对称. 作 $BE \perp l$ 于点 E , 连接 AD, DE .



- (1) 依题意补全图形;
- (2) 在不添加新的线段的条件下, 写出图中与 $\angle BED$ 相等的角, 并加以证明.

26. 阅读下面的材料:

小敏在数学课外小组活动中遇到这样一个问题:

如果 α, β 都为锐角, 且 $\tan \alpha = \frac{1}{2}, \tan \beta = \frac{1}{3}$, 求 $\alpha + \beta$ 的度数.

小敏是这样解决问题的: 如图 1, 把 α, β 放在正方形网格中, 使得 $\angle ABD = \alpha, \angle CBE = \beta$, 且 BA, BC 在直线 BD 的两侧, 连接 AC , 可证得 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 因此可求得 $\alpha + \beta = \angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

请参考小敏思考问题的方法解决问题:

如果 α, β 都为锐角, 当 $\tan \alpha = 4, \tan \beta = \frac{3}{5}$ 时, 在图 2 的正方形网格中, 利用已作出的锐角 α , 画出 $\angle MON = \alpha - \beta$, 由此可得 $\alpha - \beta = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

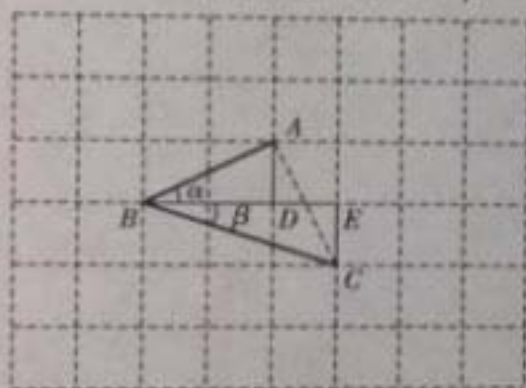


图1

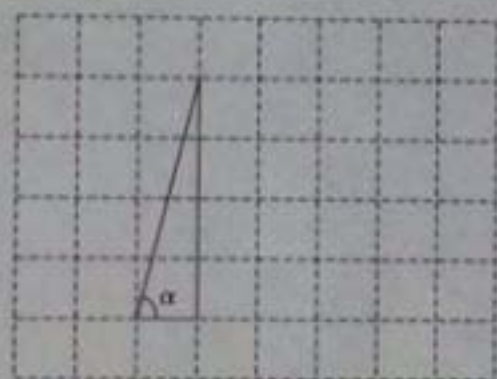
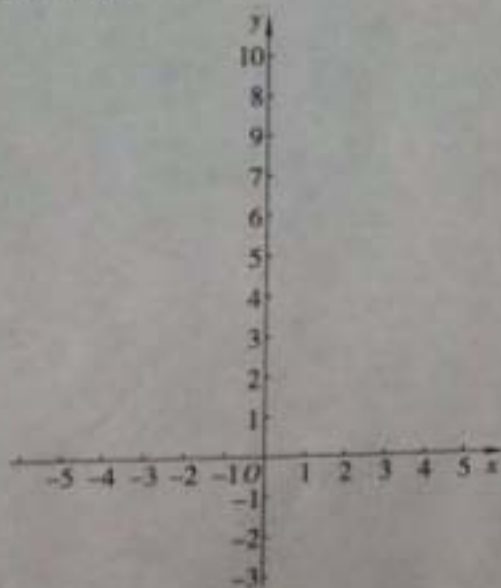


图2

五、解答题(本题共 22 分, 第 27 题 7 分, 第 28 题 7 分, 第 29 题 8 分)

27. 已知二次函数 $y_1 = x^2 + bx + c$ 的图象 C_1 经过 $(-1, 0)$, $(0, -3)$ 两点.

- (1) 求 C_1 对应的函数表达式;
- (2) 将 C_1 先向左平移 1 个单位, 再向上平移 4 个单位, 得到抛物线 C_2 , 将 C_2 对应的函数表达式记为 $y_2 = x^2 + mx + n$, 求 C_2 对应的函数表达式;
- (3) 设 $y_3 = 2x + 3$, 在 (2) 的条件下, 如果在 $-2 \leq x \leq a$ 内存在某一个 x 的值, 使得 $y_2 \leq y_3$ 成立, 结合函数图象直接写出 a 的取值范围.

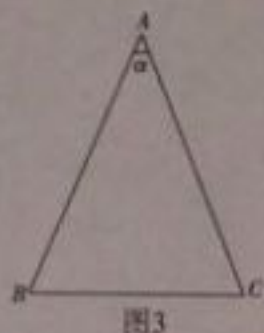
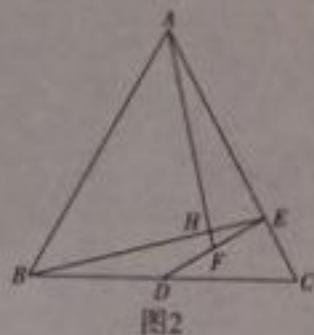
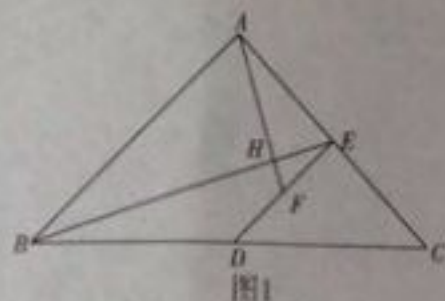


28. $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$. 取 BC 边的中点 D , 作 $DE \perp AC$ 于点 E , 取 DE 的中点 F , 连接 BE, AF 交于点 H .

(1) 如图 1, 如果 $\angle BAC = 90^\circ$, 那么 $\angle AHB =$ _____, $\frac{AF}{BE} =$ _____;

(2) 如图 2, 如果 $\angle BAC = 60^\circ$, 猜想 $\angle AHB$ 的度数和 $\frac{AF}{BE}$ 的值, 并证明你的结论;

(3) 如果 $\angle BAC = \alpha$, 那么 $\frac{AF}{BE} =$ _____. (用含 α 的表达式表示)



29. 给出如下规定: 两个图形 G_1 和 G_2 , 点 P 为 G_1 上任一点, 点 Q 为 G_2 上任一点, 如果线段 PQ 的长度存在最小值, 就称该最小值为两个图形 G_1 和 G_2 之间的距离.

在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点.

(1) 点 A 的坐标为 $A(1, 0)$, 则点 $B(2, 3)$ 和射线 OA 之间的距离为 _____, 点 $C(-2, 3)$ 和射线 OA 之间的距离为 _____;

(2) 如果直线 $y = x$ 和双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 之间的距离为 $\sqrt{2}$, 那么 $k =$ _____; (可在图 1 中进行研究)

(3) 点 E 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$, 将射线 OE 绕原点 O 逆时针旋转 60° , 得到射线 OF , 在坐标平面内所有和射线 OE, OF 之间的距离相等的点所组成的图形记为图形 M .

① 请在图 2 中画出图形 M , 并描述图形 M 的组成部分; (若涉及平面中某个区域时可以用阴影表示)

② 将射线 OE, OF 组成的图形记为图形 W , 抛物线 $y = x^2 - 2$ 与图形 M 的公共部分记为图形 N , 请直接写出图形 W 和图形 N 之间的距离.

